

П.И.Сладков

Солитонная модель электрона, протона и
нейтрона

Аннотация

В статье, которая представлена, электрон, протон и нейтрон рассматриваются как сферические области, внутри которых вдоль параллелей распространяется монохроматическая электромагнитная волна соответствующей частоты, причем вдоль любой параллели укладывается ровно половина длины волны для электрона и протона и ровно одна волна для нейтрона. Это обусловлено наличием дисперсии и анизотропии строго определенного вида внутри частиц. Таким образом, каждая из этих частиц является солитоном, вращающимся вокруг некоторой оси.

Электрическое поле имеет только радиальную компоненту, а магнитное поле – только меридиональную. Решением соответствующей краевой задачи были получены функции распределения электромагнитного поля внутри частиц и на их граничных поверхностях. Интегрирование функций распределения электромагнитного поля по объему частиц приводит к системе алгебраических уравнений, решение которой дает все основные параметры частиц: заряд, энергию покоя, массу, радиус, магнитный момент и спин.

1. Вращающаяся монохроматическая электромагнитная волна.

Запишем уравнения Максвелла в сферических координатах, предполагая, что:

- 1) потери отсутствуют;
- 2) только $\dot{E}_r, \dot{H}_\theta, \dot{j}_\varphi, \dot{\rho}$ не равны нулю.

$$\frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} (r \dot{H}_\theta) \right) = \dot{j}_\varphi; \quad (1)$$

$$\frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \dot{E}_r}{\partial \varphi} = -i \omega \mu \dot{H}_\theta; \quad (2)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial \dot{E}_r}{\partial \theta} = i \omega \mu \dot{H}_\varphi = 0; \quad (3)$$

$$\frac{1}{r \sin \theta} \left(- \frac{\partial \dot{H}_\theta}{\partial \varphi} \right) = i \omega \varepsilon \dot{E}_r; \quad (4)$$

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \varepsilon \dot{E}_r) = \dot{\rho}; \quad (5)$$

$$\frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta (\mu \dot{H}_\theta)) = 0. \quad (6)$$

Здесь r, θ, φ - сферические координаты точки наблюдения; \dot{E}_r и \dot{H}_θ - составляющие электромагнитного поля, \dot{j}_φ - плотность электрического тока, $\dot{\rho}$ - объемная плотность заряда; ω - круговая частота изменения поля, i - мнимая единица, ε - диэлектрическая проницаемость, μ - магнитная проницаемость.

Подставляя выражение для \dot{H}_θ из (2) в (4), получаем:

$$\frac{\partial^2 \dot{E}_r}{\partial \varphi^2} + \varepsilon \mu \omega^2 r^2 \sin^2 \theta \dot{E}_r = 0; \quad (7)$$

$$\frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 \dot{E}_r}{\partial \varphi^2} + \omega^2 \varepsilon \mu \dot{E}_r = 0; \quad (7')$$

Это однородное уравнение Гельмгольца. Обозначим

$$\sqrt{\varepsilon \mu} \omega r \sin \theta = k_1 - \quad (7'')$$

волновое число. Общее решение уравнения Гельмгольца:

$$\dot{E}_r = E_0 e^{-ik_1 \varphi} + E_0 e^{ik_1 \varphi}. \quad (8)$$

Это выражение описывает две волны, распространяющиеся навстречу друг другу по замкнутым траекториям вдоль параллелей. Вектор Пойнтинга в каждой точке направлен по касательной к соответствующей параллели.

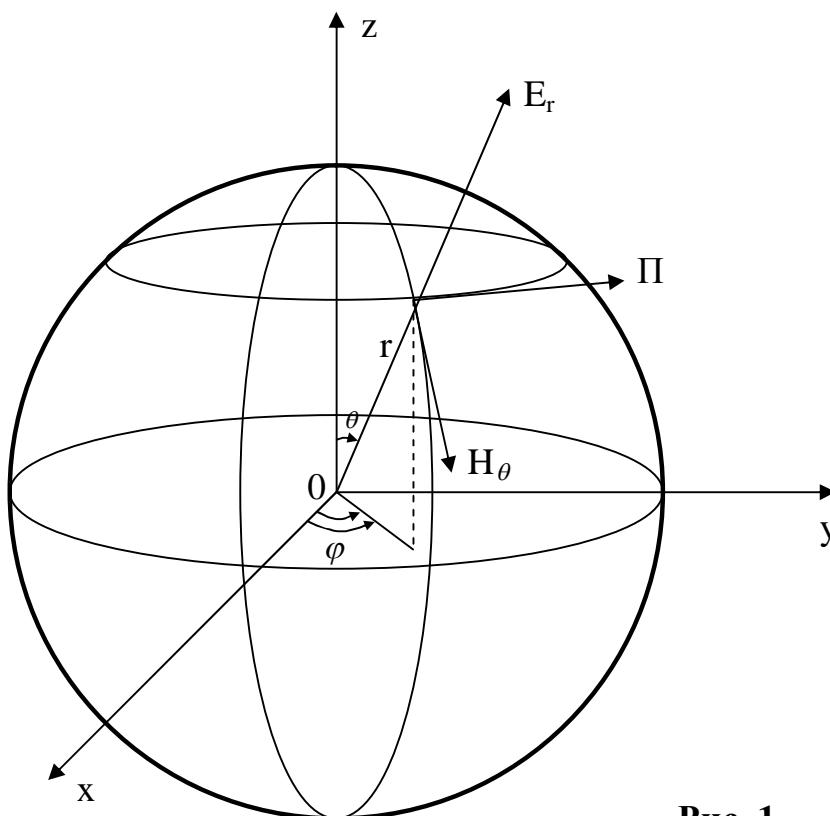


Рис. 1.

Рассмотрим волну, распространяющуюся в положительном направлении φ .

$$\dot{E}_r = E_0 e^{-ik_1 \varphi} F(r, \theta); \quad (9)$$

Здесь

$$k_1 \varphi = \sqrt{\varepsilon \mu} (\omega r \sin \theta) \varphi -$$

фаза волны;

k_1 – безразмерный аналог волнового числа. Если ввести волновое число

традиционной размерности $\left(\frac{1}{\text{м}}\right)$:

$$\beta = \omega \sqrt{\varepsilon \mu} = \frac{k_1}{r \sin \theta},$$

то фаза волны запишется в виде

$$k_1 \varphi = \sqrt{\varepsilon \mu} \omega (r \sin \theta) \varphi = \beta l,$$

где

$$l = (r \sin \theta) \varphi -$$

длина дуги вдоль соответствующей параллели. В рассматриваемом случае волновое число является функцией координат и частоты. Таким образом, описываемая волна может существовать только при наличии пространственной и частотной дисперсии.

Дисперсионные уравнения будут получены ниже, помимо уже найденного выражения (7").

Из выражения (2) с учетом (8) и (9) находим:

$$\dot{H}_\theta = \frac{\sqrt{\varepsilon \mu} \omega r \sin \theta}{\mu \omega r \sin \theta} E_0 e^{-ik_1 \varphi} F(r, \theta) = \frac{E_0}{z} e^{-ik_1 \varphi} F(r, \theta) . \quad (9')$$

Для действительных амплитуд:

$$E_r = E_0 F(r, \theta) \sin k_1 \varphi; \quad (10)$$

$$H_\theta = \frac{E_0}{z} F(r, \theta) \sin k_1 \varphi. . \quad (10')$$

Здесь

$$z = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} -$$

характеристическое сопротивление.

Последние выражения описывают электромагнитную волну, вращающуюся вокруг оси Z в положительном направлении φ . Условия самосогласования:

- 1) $z = const$;
- 2) вдоль каждой параллели по окружности должно укладываться целое число полуволен.

$$2\pi r \sin \theta = n \frac{\lambda}{2}; \quad (11)$$

Здесь $\lambda = \frac{v}{f}$ –

Длина волны, v – фазовая скорость волны, f – частота.

Рассмотрим случай, когда $n = 1$,

$$2\pi r \sin \theta = \frac{\lambda}{2};$$

$$v = 2\omega r \sin \theta. \quad (11')$$

Вдоль любой параллели укладывается ровно половина длины волны. Фазовая скорость волны является функцией частоты и расстояния до оси вращения.

$$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon \mu}} = 2\omega r \sin \theta;$$

$$\varepsilon \mu = \frac{1}{4\omega^2 r^2 \sin^2 \theta}; \quad (11'')$$

$$z = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}};$$

$$\mu = \varepsilon z^2; \quad (11''')$$

подставляем в (11''):

$$z = \frac{1}{2\omega r \varepsilon \sin \theta}; \quad (12)$$

$$\varepsilon = \frac{1}{2\omega r z \sin \theta}. \quad (12')$$

Из (11''') $\varepsilon = \frac{\mu}{z^2};$

Подставляем в (12').

$$\mu = \frac{z}{2\omega r \sin \theta}; \quad (12'')$$

$$z = 2\mu \omega r \sin \theta. \quad (12''')$$

С учетом (8) и (11'')

$$k_1 = \frac{\omega r \sin \theta}{2\omega r \sin \theta} = \frac{1}{2}.$$

Тогда

$$E_r = E_0 F(r, \theta) \sin \frac{\varphi}{2}; \quad (13)$$

$$H_\theta = \frac{E_0}{z} F(r, \theta) \sin \frac{\varphi}{2}. \quad (13')$$

Функция $\sin \frac{\varphi}{2}$ однозначна в интервале углов $0 \leq \varphi \leq 2\pi$.

Эту ситуацию можно интерпретировать, как вращение сферической системы координат вокруг оси z в положительном направлении φ с угловой скоростью - $\frac{d\varphi}{dt}$. Найдем ее из условия

$$\omega t - \frac{\varphi}{2} = const.$$

Продифференцировав это выражение по t , получаем

$$\frac{d\varphi}{dt} = 2\omega.$$

При этом электромагнитное поле относительно сферической системы координат определяется выражениями (13) и (13').

Далее из (3): так как $\dot{H}_\varphi = 0$, то

$$\dot{E}_r(\theta) = const;$$

$$E_r(\theta) = const. \quad (14)$$

Из уравнения (6)

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\sin \theta (z H_\theta)}{2 \omega r \sin \theta} \right) = 0$$

следует

$$\dot{H}_\theta(\theta) = const;$$

$$H_\theta(\theta) = const. \quad (14')$$

Для того, чтобы получить зависимость поля от r : $E_r(r)$; $H_\theta(r)$, найдем решение трехмерного уравнения Гельмгольца в сферических координатах.

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial E_r}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial E_r}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 E_r}{\partial \varphi^2} + k^2 E_r = 0. \quad (15)$$

E_r не зависит от θ , см. (14), поэтому трехмерное уравнение Гельмгольца переходит в двумерное

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial E_r}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 E_r}{\partial \varphi^2} + k^2 E_r = 0. \quad (15')$$

Положим

$$k^2 = k_2^2 + k_3^2,$$

теперь

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial E_r}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 E_r}{\partial \varphi^2} + k_2^2 E_r + k_3^2 E_r = 0. \quad (15'')$$

Этому уравнению можно удовлетворить, если

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 E_r}{\partial \varphi^2} + k_2^2 E_r = 0; \\ \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial E_r}{\partial r} \right) + k_3^2 E_r = 0. \end{array} \right. \quad (16),(17)$$

Таким образом, исходное уравнение Гельмгольца распалось на систему двух уравнений. Подставляем в эти уравнения вместо $E_r(r, \varphi) = f(r) g(\varphi)$, (то есть ищем решение в виде произведения двух функций) и делим первое уравнение на $f(r)$, а второе на $g(\varphi)$. Получаем

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d^2 g}{d \varphi^2} + k_2^2 r^2 (\sin^2 \theta) g = 0; \\ r^2 \frac{d^2 f}{d r^2} + 2r \frac{d f}{d r} + k_3^2 r^2 f = 0. \end{array} \right. \quad (18),(19)$$

Уравнения (16) и (18) эквивалентны уравнениям (7) и (7'), которые были получены ранее из уравнений Максвелла, причем

$$k_2 = \omega \sqrt{\varepsilon \mu} = \frac{\omega}{v} = \frac{1}{2r \sin \theta};$$

$$k_1 = k_2 r \sin \theta = \frac{1}{2}$$

Решение уравнения (18) найдено ранее, см. (13).

$$g(\varphi) = \sin \frac{\varphi}{2}. \quad (20)$$

Перепишем (19) в виде:

$$r^2 \frac{d^2 f}{d r^2} + 2r \frac{d f}{d r} + k_4^2 f = 0; \quad (19')$$

где

$$k_4 = k_3 r.$$

(19') – центрально симметричное уравнение Гельмгольца. Положим

$$k_3 = \frac{\omega}{v_r},$$

где v_r – фазовая скорость электромагнитной волны в радиальном направлении. Так как в центрально симметричном уравнении угловая зависимость отсутствует, логично предположить, что

$$v_r = v = 2\omega r \sin \theta$$

при $\theta = \frac{\pi}{2}$; то есть

$$v_r = 2\omega r;$$

$$k_3 = \frac{\omega}{v_r} = \frac{1}{2r}; \quad (21)$$

$$k_4 = k_3 r = \frac{1}{2}. \quad (21')$$

Вместо (19') имеем

$$r^2 \frac{d^2 f}{d r^2} + 2r \frac{d f}{d r} + \frac{1}{4} f = 0. \quad (19'')$$

Это уравнение Эйлера, оно имеет решение

$$f = r^{-\frac{1}{2}} (C_1 + C_2 \ln r). \quad (22)$$

Преобразуем выражение (22).

$$f = \frac{(C_1 + C_2 \ln r)}{\sqrt{r}} = \sqrt{\frac{a}{r}} (C_3 + C \ln r) = \sqrt{\frac{a}{r}} (1 + \ln C_5 + \ln r^C) = \sqrt{\frac{a}{r}} (1 + \ln C_5 r^C).$$

Здесь $C_1 = \sqrt{a} C_3$; $C_2 = \sqrt{a} C$; $C_3 = 1 + \ln C_5$; a - значение радиуса r , при котором перестает существовать вращающаяся монохроматическая электромагнитная волна, при этом $E_r = E_0$; $f = 1$; следовательно

$$1 + \ln C_5 a^C = 1;$$

$$\ln C_5 a^C = 0;$$

$$C_5 a^C = 1;$$

$$C_5 = \frac{1}{a^C}.$$

С учетом этого

$$f = \sqrt{\frac{a}{r}} \left(1 + \ln \left(\frac{r}{a}\right)^C\right) = \sqrt{\frac{a}{r}} \left(1 + C \ln \frac{r}{a}\right).$$

Обозначим $C = p$; теперь

$$f = \sqrt{\frac{a}{r}} \left(1 + p \ln \frac{r}{a}\right).$$

Таким образом, для E_r имеем

$$E_r = E_0 g(\varphi) f(r) = E_0 \sqrt{\frac{a}{r}} \left(1 + p \ln \frac{r}{a}\right) \sin \frac{\varphi}{2}. \quad (23)$$

При $r \rightarrow \infty$, $E_r = 0$; $f = 0$.

Действительно

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \frac{\ln r}{\sqrt{r}} = \lim_{r \rightarrow \infty} \frac{1/r}{1/2 \sqrt{r}} = 0.$$

Для того, чтобы при изменении r в интервале от 0 до a , E_r не изменяло свой знак, необходимо выполнение следующего условия: $p \leq 0$.

При $r = 0$, $E_r = \infty$; $f = \infty$.

При $r = a$, $f = 1$; $E_r = E_0$.

2. Система уравнений для электрона.

На основании результатов предыдущего параграфа запишем выражения для электромагнитного поля внутри электрона, полагая, что оно сосредоточено внутри сферы радиуса a .

$$E_r = E_0 \sqrt{\frac{a}{r}} \left(1 + p \ln \frac{r}{a}\right) \sin \frac{\varphi}{2}; \quad (23')$$

$$H_\theta = \frac{E_0}{z} \sqrt{\frac{a}{r}} \left(1 + p \ln \frac{r}{a}\right) \sin \frac{\varphi}{2}. \quad (23'')$$

Здесь a - радиус электрона, E_0 - амплитуда электрического поля при $r = a$; $z = const$ - характеристическое сопротивление внутри электрона, p - неизвестный коэффициент, причем $p \leq 0$.

При этом внутриэлектронная среда обладает частотной и пространственной дисперсией, а также анизотропией. Дисперсионные уравнения имеют следующий вид.

$$v_r = v_\theta = 2 \omega r; \quad (24)$$

$$v_\varphi = 2 \omega r \sin \theta; \quad (24')$$

$$z_r = z_\theta = z_\varphi = z = const. \quad (24'')$$

Здесь v_r, v_θ, v_φ - фазовая скорость вращающейся монохроматической электромагнитной волны в соответствующем направлении. В рассматриваемом случае электромагнитная волна распространяется лишь в направлении φ , а выражения v_r и v_θ понадобятся нам для нахождения формул диэлектрической и магнитной проницаемостей, а также волновых чисел соответствующих направлений; $z_r, z_\theta, z_\varphi, z$ - характеристическое сопротивление внутри электрона; ε_φ и μ_φ найдены ранее, см. (12'), (12'').

$$\varepsilon_\varphi = \frac{1}{2 \omega r z \sin \theta} = \frac{1}{v_\varphi z};$$

$$\mu_\varphi = \frac{z}{2 \omega r \sin \theta} = \frac{z}{v_\varphi}.$$

С учетом (24), (24'), (24'') запишем выражения для $\varepsilon_r, \varepsilon_\theta, \mu_r, \mu_\theta$.

$$\varepsilon_r = \frac{1}{2 \omega r z};$$

$$\mu_r = \frac{z}{2 \omega r};$$

$$\varepsilon_\theta = \frac{1}{2 \omega r z};$$

$$\mu_\theta = \frac{z}{2 \omega r}. \quad (24''')$$

Из приведенных соображений и формул следует, что диэлектрическая и магнитная проницаемости являются тензорными величинами.

$$\|\varepsilon\| = \begin{vmatrix} \varepsilon_r & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_\varphi & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_\theta \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{1}{2\omega r z} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2\omega r z \sin \theta} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2\omega r z} \end{vmatrix}.$$

$$\|\mu\| = \begin{vmatrix} \mu_r & 0 & 0 \\ 0 & \mu_\varphi & 0 \\ 0 & 0 & \mu_\theta \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{z}{2\omega r} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{z}{2\omega r \sin \theta} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{z}{2\omega r} \end{vmatrix}.$$

Найдем безразмерные волновые числа.

$$k_\varphi = \frac{\omega}{v_\varphi} r \sin \theta = \frac{\omega r \sin \theta}{2\omega r \sin \theta} = \frac{1}{2};$$

$$k_\theta = \frac{\omega}{v_\theta} r = \frac{\omega r}{2\omega r} = \frac{1}{2};$$

$$k_r = \frac{\omega}{v_r} r = \frac{\omega r}{2\omega r} = \frac{1}{2}.$$

Таким образом

$$k_\varphi = k_\theta = k_r = \frac{1}{2}.$$

Напомним, что в рассматриваемом случае электромагнитная волна распространяется только в направлении φ .

При $r = 0$ имеем особую точку:

$$E_r = \infty; H_\theta = \infty; \rho = \infty; j_\varphi = \infty; \|\varepsilon\| = \infty; \|\mu\| = \infty.$$

Несмотря на это все основные параметры электрона: заряд q , энергия покоя W , магнитный момент M , выражающиеся через интегралы по объему от перечисленных выше функций, оказываются конечными величинами. См. далее.

Из (5) находим объемную плотность заряда внутри электрона ρ .

$$\rho = \operatorname{div}(\varepsilon_r E_r) = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{r^2 E_0 \sin \frac{\varphi}{2}}{2\omega r z} \left(\left(\frac{a}{r}\right)^{\frac{1}{2}} + p \left(\frac{a}{r}\right)^{\frac{1}{2}} \ln \frac{r}{a} \right) \right] =$$

$$= \frac{E_0 \sqrt{a} \sin \frac{\varphi}{2}}{2 \omega z r^2} \left(\left(\frac{1}{2} + p \right) \frac{1}{\sqrt{r}} + \frac{p}{2\sqrt{r}} \ln \frac{r}{a} \right). \quad (25)$$

Интегрируя ρ по объему электрона, получим выражение для его заряда q .

$$q = \int_V \rho dV = \frac{E_0 \sqrt{a}}{2 \omega z} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \int_0^a \frac{\sin \frac{\varphi}{2} r^2 \sin \theta}{r^2} \left(\left(\frac{1}{2} + p \right) \frac{1}{\sqrt{r}} + \frac{p}{2\sqrt{r}} \ln \frac{r}{a} \right) d\varphi d\theta dr =$$

$$= \frac{4 E_0 \sqrt{a}}{\omega z} (2\sqrt{a} \left(\frac{1}{2} + p \right) + p\sqrt{a} \ln a - 2p\sqrt{a} - p\sqrt{a} \ln a - p\sqrt{0} \ln 0) = \frac{4 E_0 a}{\omega z}. \quad (26)$$

С другой стороны, из третьего интегрального уравнения Максвелла, можно найти заряд электрона, как поток вектора электрической индукции D через поверхность сферы радиуса a .

$$q = \oint_S \varepsilon_r E_r dS = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \frac{E_0 \sin \frac{\varphi}{2} a^2 \sin \theta}{2 \omega z a} d\varphi d\theta = \frac{4 E_0 a}{\omega z}. \quad (26')$$

Как видим, выражения (26) и (26') эквивалентны.

Из (1) находим выражение для плотности тока j_φ .

$$j_\varphi = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{E_0 \sin \frac{\varphi}{2}}{z} \left(\sqrt{\frac{a}{r}} + p \sqrt{\frac{a}{r}} \ln \frac{r}{a} \right) \right) = \frac{E_0 \sqrt{a} \sin \frac{\varphi}{2}}{r z} \left(\left(\frac{1}{2} + p \right) \frac{1}{\sqrt{r}} + \frac{p}{2\sqrt{r}} \ln \frac{r}{a} \right). \quad (27)$$

Из выражений (25), (27) видно, что в интервале изменения r от 0 до a , ρ и j_φ один раз меняют знак. Это можно объяснить тем, что в рассматриваемой структуре определяющей является вращающаяся монохроматическая электромагнитная волна, а объемная плотность заряда и плотность электрического тока - вспомогательные или даже фиктивные величины, в том смысле, что внутри частицы отсутствует какое-либо заряженное вещество, а значит и его движение. Внутри электрона не заряд является источником электрического поля, а электрическое поле является источником заряда. В свою очередь не электрический ток является источником магнитного поля, а магнитное поле является источником электрического тока. Таким образом, можно сделать вывод о векторной природе элементарного заряда.

Теперь определим энергию покоя электрона, как энергию электромагнитной волны внутри частицы.

$$W = \int_V w dV.$$

Здесь w - объемная плотность энергии электромагнитной волны,

$$w = \frac{\Pi}{v_\varphi}, \text{ где}$$

Π – вектор Пойнтинга,

$$\Pi = [E_r, H_\theta],$$

v_φ - фазовая скорость электромагнитной волны в направлении φ .

$$v_\varphi = 2 \omega r \sin \theta.$$

$$\begin{aligned} W &= \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \int_0^a \frac{E_0^2 \sin^2 \frac{\varphi}{2}}{2 \omega r z \sin \theta} \left(\frac{a}{r} + 2p \frac{a}{r} \ln \frac{r}{a} + p^2 \frac{a}{r} \ln^2 \frac{r}{a} \right) r^2 \sin \theta \, d\varphi \, d\theta \, dr = \\ &= \frac{\pi^2 E_0^2 a}{2 \omega z} (a + 2 p a \ln a - 2 p 0 \ln 0 - 2 p a - 2 p a \ln a + p^2 a (2 - 0 \ln^2 0 + 2 * 0 \ln 0)) = \\ &= \frac{\pi^2 E_0^2 a^2}{2 \omega z} (1 - 2 p + 2 p^2). \end{aligned} \quad (28)$$

$$\frac{\pi^2 E_0^2 a^2}{2 \omega z} (1 - 2 p + 2 p^2) = \hbar \omega; \quad (28')$$

здесь \hbar - постоянная Планка.

Магнитный момент электрона будем искать в виде суммы.

$$M = M_m + M_L,$$

где M_m – магнитный момент, создаваемый объемным током; M_L – магнитный момент, обусловленный моментом импульса, то есть вращением.

$$M_L = \gamma L,$$

где γ – гиромагнитное отношение; L – момент импульса электрона.

Основываясь на эффекте Барнетта, делаем предположение, что момент импульса, обусловленный вращением, создает дополнительный магнитный момент.

Зная, что момент импульса электрона равен $\frac{\hbar}{2}$, из (28') находим выражение

для L .

$$\begin{aligned} L &= \frac{\pi^2 E_0^2 a^2}{4 \omega^2 z} (2p^2 - 2p + 1); \\ M_L &= \frac{\gamma \pi^2 E_0^2 a^2 (2p^2 - 2p + 1)}{4 \omega^2 z}; \end{aligned}$$

или $M_L = \gamma \frac{\hbar}{2}$.

M_m вычислим, как магнитный момент тока в объеме V , относительно оси z по формуле:

$$M_m = \frac{1}{2} \int_V [r_z \cdot j_\varphi] dV.$$

Смотри, например [3], стр. 111, где r_z - расстояние до оси z ,

$$r_z = r \sin \theta.$$

$$M_m = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \int_0^a \frac{r \sin \theta E_0 \sqrt{a} \sin \frac{\varphi}{2} r^2 \sin \theta}{z r^{\frac{3}{2}}} \left(p + \frac{1}{2} + \frac{p}{2} \ln \frac{r}{a} \right) d\varphi d\theta dr = \frac{\pi E_0 a^3}{z} \left(\frac{8p+5}{25} \right). \quad (29)$$

$$M = M_m + M_L = \frac{\pi E_0 a^3}{z} \left(\frac{8p+5}{25} \right) + \gamma \frac{\hbar}{2}. \quad (29')$$

Или

$$M = \frac{\pi E_0 a^2}{z} \left[a \left(\frac{8p+5}{25} \right) + \frac{\gamma \pi E_0}{4 \omega^2} (1 - 2p + 2p^2) \right]. \quad (29'')$$

Таким образом, мы получили для электрона систему алгебраических уравнений.

$$\left. \begin{aligned} \frac{4 E_0 a}{\omega z} &= -e; & (30) \\ \frac{\pi E_0 a^3}{z} \left(\frac{8p+5}{25} \right) + \frac{\gamma \hbar}{2} &= -1,0011595 \frac{e \hbar}{2 m}; & (31) \\ \frac{\pi^2 E_0^2 a^2}{2 \omega z} (1 - 2p + 2p^2) &= \hbar \omega; & (32) \end{aligned} \right\}$$

Здесь e - заряд электрона, m - его масса.

В трех уравнениях содержится пять неизвестных: E_0, a, z, p, γ . Дополним эту систему уравнениями, которые мы получим из граничных условий.

При $r = a; R = a$:

$$\varepsilon_r E_0 = \varepsilon_0 E_{\text{внешн.}} \quad (33)$$

Во внешней области, так же, как и во внутренней, напряженность электрического поля имеет только радиальную составляющую. Здесь R - расстояние от центра электрона до точки наблюдения во внешней области, ε_0 - диэлектрическая проницаемость вакуума.

$$\text{Далее. } H_0 = \frac{E_0}{z} = H_{\text{внешн.}} \quad (34)$$

Во внешней области, так же, как и во внутренней, напряженность магнитного поля имеет только меридиональную составляющую.

Очевидно, что

$$\varepsilon_r \geq \varepsilon_0, \quad (33')$$

тогда из (33) следует:

$$E_0 \leq E_{\text{внешн.}} \quad (33'')$$

С другой стороны известно, что электрическое поле, пройдя через слой диэлектрика, не может возрасти, поэтому

$$E_0 \geq E_{\text{внешн.}} \quad (33''')$$

То есть соотношения (33'),(33''),(33''') будут одновременно выполняться только в одном случае, если

$$\varepsilon_r = \varepsilon_0; \quad (35)$$

$$E_{\text{внешн.}} = E_0. \quad (36)$$

Теперь по закону Био – Савара находим магнитное поле во внешней области.

$$B_{\text{внешн.}} = \frac{1}{4\pi} \int_V \frac{[j_\varphi R] \mu_\varphi}{R^3} dV.$$

Подставляем в подынтегральное выражение (12'') и (27).

$$\begin{aligned} B_{\text{внешн.}} &= \frac{E_0 \sqrt{a}}{4 \pi R^2 z} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \int_0^a \frac{z \sin \frac{\varphi}{2} \left[\left(\frac{1}{2} + p \right) \frac{1}{\sqrt{r}} + \frac{p}{2\sqrt{r}} \ln \frac{r}{a} \right]}{2 \omega r^2 \sin \theta} r^2 \sin \theta d\varphi d\theta dr = \\ &= \frac{E_0 \sqrt{a}}{2 \omega R^2} \left[\left(\frac{1}{2} + p \right) 2\sqrt{a} - p\sqrt{a} \ln a + p\sqrt{a} \ln a - p\sqrt{0} \ln 0 - 2p\sqrt{a} \right] = \frac{E_0 a}{2\omega R^2}. \end{aligned} \quad (37)$$

$$H_{\text{внешн.}} = \frac{B_{\text{внешн.}}}{\mu_0} = \frac{E_0 a}{2 \mu_0 \omega R^2}. \quad (38)$$

При $r = a; R = a$

$$\begin{aligned} H_{\text{внутр.}} &= \frac{E_0}{z} = H_{\text{внешн.}} \\ \frac{E_0}{z} &= \frac{E_0 a}{2 \mu_0 \omega a^2} = \frac{E_0}{2 \mu_0 \omega a}; \end{aligned}$$

$$z = 2 \mu_0 \omega a. \quad (39)$$

С другой стороны из (24''')

$$z = 2 \mu_{\theta} \omega r.$$

При $r = a$

$$z = 2 \mu_{\theta} \omega a. \quad (39')$$

Подставляем в (39).

$$\begin{aligned} 2 \mu_{\theta} \omega a &= 2 \mu_0 \omega a; \\ \mu_{\theta} &= \mu_0. \end{aligned} \quad (40)$$

Таким образом, при $r = a$,

$$\begin{aligned} \varepsilon_r &= \varepsilon_{\theta} = \varepsilon_0; \\ \mu_{\theta} &= \mu_r = \mu_0; \\ v_r = v_{\theta} &= 2\omega a = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}} = c. \end{aligned} \quad (41)$$

Здесь c - скорость света.

$$a = \frac{c}{2\omega} = 0,1930796 * 10^{-12} (м). \quad (42)$$

Как известно, радиус атома имеет порядок величины 10^{-10} м, объем атома $4,18879 * 10^{-30}$ м³. Радиус электрона равен $1,930796 * 10^{-13}$ м, объем электрона - $3,0150724 * 10^{-38}$ м³. То есть один электрон занимает $0,7197955 * 10^{-8}$ от объема атома, а, например, 100 электронов (как в атомах, расположенных в конце периодической системы) занимают $0,7197955 * 10^{-6}$ от объема атома.

Подставляем (42) в (39).

$$z = \frac{2\mu_0 \omega c}{2\omega} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} = 376,73032 (ом). \quad (43)$$

Решим систему (30), (31), (32) с учетом (42) и (43).

$$\begin{aligned} \frac{4 E_0 c}{\omega \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} 2\omega} &= -e; \\ E_0 &= -\frac{\omega^2 \mu_0 e}{2}. \end{aligned} \quad (30')$$

$$\frac{\pi E_0}{8\omega^3 \mu_0^2 \varepsilon_0} \left(\frac{8p+5}{25} \right) + \frac{\gamma \pi^2 E_0^2 (1-2p+2p^2)}{16\omega^4 \mu_0^{3/2} \varepsilon_0^{1/2}} = -1,0011595 \frac{e\hbar}{2m}. \quad (31')$$

$$\frac{\pi^2 E_0^2}{8\omega^3 \mu_0^{3/2} \varepsilon_0^{1/2}} (1 - 2p + 2p^2) = \hbar \omega. \quad (32')$$

Подставляем (30') в (32').

$$p^2 - p + \frac{1}{2} - \frac{16 \hbar \varepsilon_0^{1/2}}{\pi^2 e^2 \mu_0^{1/2}} = 0;$$

$$p_1 = 4,6747427;$$

$$p_2 = -3,6747427.$$

p должно быть отрицательным, поэтому выбираем

$$p_2 = p = -3,6747427.$$

Подставляем (30') в (31').

$$-\frac{\pi e}{16\omega \mu_0 \varepsilon_0} \left(\frac{8p+5}{25}\right) + \frac{\pi^2 \gamma e^2 \mu_0^{1/2}}{64\varepsilon_0^{1/2}} (1 - 2p + 2p^2) = -1,0011595 \frac{e \hbar}{2m}. \quad (31'')$$

Подставляем значение p в (31'') и находим γ .

$$\gamma = -0,2434911 * 10^{12} \left(\frac{1}{T_l * c}\right).$$

Из решения уравнения (31) видно, что две составляющие магнитного момента электрона M_m и M_L направлены в противоположные стороны, причем $M_L > M_m$.

Найдем также численное значение E_0 по формуле (30').

$$E_0 = -6,0673455 * 10^{16} \left(\frac{B}{m}\right).$$

Для позитрона система уравнений примет несколько иной вид.

$$\left. \begin{array}{l} \frac{4 E_0 a}{\omega z} = e; \quad (44) \\ \frac{\pi E_0 a^3}{z} \left(\frac{8p+5}{25}\right) + \frac{\gamma \pi^2 E_0^2 a^2}{4\omega^2 z} (1 - 2p + 2p^2) = 1,0011595 \frac{e \hbar}{2m}; \quad (45) \\ \frac{\pi^2 E_0^2 a^2}{2\omega z} (1 - 2p + 2p^2) = \hbar \omega; \quad (46) \end{array} \right\}$$

Граничные условия такие же, как для электрона. Следовательно

$$z = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}};$$

$$a = \frac{c}{2\omega} = 0,1930796 * 10^{-12} \text{ м.}$$

Система уравнений (44), (45), (46) с точностью до знака имеет те же решения, что и система (30), (31), (32).

$$E_0^{e+} = -E_0^e = 6,0673455 * 10^{16} \frac{B}{m};$$

$$\gamma_{e+} = -\gamma_e = 0,2434911 * 10^{12} \frac{1}{Tл * c};$$

$$p_{e+} = p_e = -3,6747427.$$

3. Система уравнений для протона.

Применив рассуждения и математические выкладки предыдущего параграфа по отношению к протону, получим соответствующую систему уравнений.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{4E_0 a}{\omega z} = e; \quad (47) \\ \frac{\pi E_0 a^3}{z} \left(\frac{8p+5}{25} \right) + \frac{\gamma \pi^2 E_0^2 a^2 (1-2p+2p^2)}{4\omega^2 z} = -2,7928475 \frac{e\hbar}{2m}; \quad (48) \\ \frac{\pi^2 E_0^2 a^2}{2\omega z} (1-2p+2p^2) = \hbar \omega; \quad (49) \end{array} \right.$$

Здесь соответствующие буквы обозначают параметры протона.

Граничные условия: при $r = a$

$$\varepsilon = \varepsilon_0;$$

$$\mu = \mu_0;$$

следовательно

$$z = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}};$$

$$a = \frac{c}{2\omega} = 1,0515447 * 10^{-16} \text{ м.}$$

Здесь $\omega = 1,425486 * 10^{24} \text{ Гц}$ - комптоновская круговая частота протона.

Решая систему (47), (48), (49), получаем:

$$E_0 = 2,0455794 * 10^{23} \frac{B}{m};$$

$$p = -3,6747427;$$

$$\gamma = -2,3081218 * 10^8 \frac{1}{Tл * c}.$$

Из решения уравнения (48) видно, что две составляющие магнитного момента протона M_m и M_L имеют одинаковое направление, причем $M_L \succ M_m$.

Запишем систему уравнений для антипротона.

$$\frac{4E_0 a}{\omega z} = -e; \quad (50)$$

$$\frac{\pi E_0 a^3}{z} \left(\frac{8p+5}{25} \right) + \frac{\gamma \pi^2 E_0^2 a^2 (1-2p+2p^2)}{4\omega^2 z} = 2,7928475 \frac{e \hbar}{2m}; \quad (51)$$

$$\frac{\pi^2 E_0^2 a^2}{2\omega z} (1-2p+2p^2) = \hbar\omega. \quad (52)$$

Граничные условия: при $r = a$

$$\varepsilon_r = \varepsilon_\theta = \varepsilon_0;$$

$$\mu_r = \mu_\theta = \mu_0;$$

следовательно

$$z = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}};$$

$$a = \frac{c}{2\omega} = 1,0515447 * 10^{-16} \text{ м.}$$

Система уравнений (50), (51), (52) с точностью до знака имеет те же решения, что и система (47), (48), (49).

$$E_0^{\tilde{p}} = -E_0^p = -2,0455794 * 10^{23} \frac{B}{M};$$

$$\gamma_{\tilde{p}} = -\gamma_p = 2,3081218 * 10^8 \frac{1}{Tл * c};$$

$$p_{\tilde{p}} = p_p = p_e = -3,6747427.$$

4. Система уравнений для нейтрона.

$$E_r = E_0 \sqrt{\frac{a}{r}} \left(1 + p \ln \frac{r}{a} \right) \sin \varphi; \quad (53)$$

$$H_\theta = \frac{E_0}{z} \sqrt{\frac{a}{r}} \left(1 + p \ln \frac{r}{a} \right) \sin \varphi. \quad (53')$$

Вдоль любой параллели укладывается ровно одна волна. В этом случае:

$$v_\varphi = \omega r \sin \theta;$$

$$\varepsilon_\varphi = \frac{1}{\omega r z \sin \theta}; \quad (54)$$

$$\mu_\varphi = \frac{z}{\omega r \sin \theta}.$$

$$v_r = 2\omega r;$$

$$\varepsilon_r = \frac{1}{2\omega r z}; \quad (54')$$

$$\mu_r = \frac{z}{2\omega r}.$$

$$\begin{aligned}
v_\theta &= v_r = 2\omega r; \\
\varepsilon_\theta &= \varepsilon_r = \frac{1}{2\omega r z}; \\
\mu_\theta &= \mu_r = \frac{z}{2\omega r}
\end{aligned}
\tag{54''}$$

То есть имеет место анизотропия, ε и μ являются тензорными величинами.

$$\|\varepsilon\| = \begin{vmatrix} \varepsilon_r & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_\varphi & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_\theta \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{1}{2\omega r z} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\omega r z \sin \theta} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2\omega r z} \end{vmatrix}.$$

$$\|\mu\| = \begin{vmatrix} \mu_r & 0 & 0 \\ 0 & \mu_\varphi & 0 \\ 0 & 0 & \mu_\theta \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{z}{2\omega r} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{z}{\omega r \sin \theta} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{z}{2\omega r} \end{vmatrix}.$$

Здесь и далее соответствующие буквы обозначают параметры нейтрона.

Найдем энергию покоя нейтрона.

$$\begin{aligned}
W &= \int_V w dV = \int_V \frac{[E_r H_\theta]}{v_\varphi} dV = \\
&= \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \int_0^a \frac{E_0^2 \frac{a}{r} \sin^2 \varphi}{\omega r z \sin \theta} (1 + 2p \ln \frac{r}{a} + p^2 \ln^2 \frac{r}{a}) r^2 \sin \theta d\varphi d\theta dr = \\
&= \frac{\pi^2 E_0^2 a}{\omega z} [a + 2p a \ln a - 2p0 \ln 0 - 2p a - 2p a \ln a + p^2 a (\ln^2 1 - 2 \ln 1 + 2) - p^2 a (0 \ln^2 0 - 2 * 0 \ln 0)] = \\
&= \frac{\pi^2 E_0^2 a^2 (1 - 2p + 2p^2)}{\omega z}.
\end{aligned}
\tag{55}$$

Далее. Заряд нейтрона равен нулю.

$$q = \oint_S \varepsilon_r E_r dS = 0.$$

Действительно

$$\int_0^{2\pi} \int_0^\pi \frac{E_0 \sin \varphi}{2\omega a z} a^2 \sin \theta d\varphi d\theta = 0.$$

Очевидно, что

$$\int_0^\pi \int_0^\pi \frac{E_0 a \sin \varphi \sin \theta}{2\omega z} d\varphi d\theta = - \int_\pi^{2\pi} \int_0^\pi \frac{E_0 a \sin \varphi \sin \theta}{2\omega z} d\varphi d\theta \neq 0.$$

Логично предположить, что

$$\int_0^\pi \int_0^\pi \frac{E_0 a \sin \varphi \sin \theta}{2\omega z} d\varphi d\theta = - \int_\pi^{2\pi} \int_0^\pi \frac{E_0 a \sin \varphi \sin \theta}{2\omega z} d\varphi d\theta = e.$$

Тогда

$$\frac{2 E_0 a}{\omega z} = e. \quad (56)$$

Магнитный момент нейтрона будем искать в виде суммы:

$$M = M_m + M_L,$$

где M_m - магнитный момент, создаваемый объемным током; M_L - магнитный момент, обусловленный моментом импульса, то есть вращением.

$$M_m = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \int_0^a \frac{E_0 \sqrt{a} r \sin \theta \sin \varphi}{z r^{3/2}} \left(p + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} p \ln \frac{r}{a} \right) r^2 \sin \theta d\varphi d\theta dr = 0;$$

так как

$$\int_0^{2\pi} \sin \varphi d\varphi = 0.$$

$$M_L = \gamma L,$$

$$M_L = \gamma \frac{\hbar}{2} = M. \quad (57)$$

Теперь запишем систему уравнений для нейтрона.

$$\left. \begin{array}{l} \frac{2E_0 a}{\omega z} = e; \quad (56) \\ \frac{\pi^2 E_0^2 a^2}{\omega z} (1 - 2p + 2p^2) = \hbar \omega; \quad (55') \\ \gamma \frac{\hbar}{2} = -0,96623707 * 10^{-26}. \quad (57') \end{array} \right\}$$

Граничные условия: при $r = a$

$$\begin{aligned} \varepsilon_r &= \varepsilon_\theta = \varepsilon_0; \\ \mu_r &= \mu_\theta = \mu_0; \end{aligned}$$

следовательно

$$z = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}.$$

Из (54) и (54') следует, что

$$\varepsilon_\varphi = \varepsilon_r \frac{2}{\sin \theta};$$

а из (54) и (54''), что

$$\mu_\varphi = \mu_\theta \frac{2}{\sin \theta}.$$

$$v_\varphi = \omega a \sin \theta = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_\varphi \mu_\varphi}} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0 \frac{4}{\sin^2 \theta}}} = \frac{c \sin \theta}{2}.$$

Значит

$$\omega a = \frac{c}{2};$$

$$a = \frac{c}{2\omega} = 1,0500973 * 10^{-16} (м).$$

Здесь $\omega = 1,4274508 * 10^{24} Гц$. - комптоновская круговая частота нейтрона.

Решим систему (56), (55'), (57').

$$E_0 = \frac{e\omega^2 \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}}{c}. \quad (56'')$$

$$E_0 = E_0^n = 4,1024444 * 10^{23} \frac{В}{м}.$$

Подставляем (56'') в (55').

$$p^2 - p + 0,5 - \frac{2\hbar}{\pi^2 e^2 \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}} = 0;$$

$$p_1 = 1,8999321;$$

$$p_2 = -0,8999321;$$

p должно быть отрицательным, поэтому выбираем

$$p_2 = p_n = -0,8999321.$$

Из (57') находим γ .

$$\gamma = -1,8324711 * 10^8 \frac{1}{Тл * c}.$$

Запишем систему уравнений для антинейтрона.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{2 E_0 a}{\omega z} = e; \\ \frac{\pi^2 E_0^2 a^2}{\omega z} (1 - 2p + 2p^2) = \hbar \omega; \\ \gamma \frac{\hbar}{2} = 0,96623707 * 10^{-26}. \end{array} \right.$$

Граничные условия такие же, как у нейтрона, следовательно

$$z = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}};$$

$$a = \frac{c}{2\omega} = 1,0500973 * 10^{-16} (м).$$

Последняя система с точностью до знака имеет те же решения, что и система (56), (55'), (57').

$$E_0^{\tilde{n}} = E_0^n = 4,1024444 * 10^{23} \frac{В}{м};$$

$$p_{\tilde{n}} = p_n = -0,8999321;$$

$$\gamma_{\tilde{n}} = -\gamma_n = 1,8324711 * 10^8 \frac{1}{Тл * с} ..$$

Заключение.

В рамках рассматриваемой модели электрон, протон и нейтрон представляют собой монохроматическую электромагнитную волну соответствующей частоты, распространяющуюся внутри сферической области вдоль параллелей, то есть волну, вращающуюся вокруг некоторой оси, причем вдоль любой параллели укладывается ровно половина длины волны для электрона и протона и ровно одна волна для нейтрона (таким образом – это вращающийся солитон), что обусловлено наличием дисперсии и анизотропии строго определенного вида внутри частиц. Внутри электрона вектор E направлен к центру частицы, что соответствует отрицательному заряду, а внутри протона вектор E направлен от центра, что соответствует положительному заряду. При этом естественным образом получаются все основные параметры частиц: заряд, энергия покоя, масса, радиус, магнитный момент и спин, что подтверждается полученными математическими выражениями.

Литература

1. Сарычева Л. И. Структура материи. Соросовский образовательный журнал. Том 6, № 2, 2000, WWW.issep.rssi.ru.
2. Блохинцев Д. И. Основы квантовой механики. – М.: Наука, 1983.
3. Борн М. Атомная физика. – М.: Мир, 1967.
4. Бредов М. М., Румянцев В. В., Топтыгин И. Н. Классическая электродинамика. Под редакцией И. Н. Топтыгина. – М.: Наука, 1985.
5. Виноградова М. Б., Руденко О. В., Сухоруков А. П. Теория волн. – М.: Наука, 1990.
6. Власов А. Д., Мурын Б. П. Единицы физических величин в науке и технике. Справочник. – М.: Энергоатомиздат, 1990.
7. Годунов С. К. Уравнения математической физики. – М.: Наука, 1979.
8. Калашников С. Г. Электричество. – М.: Наука, 1985.
9. Камке Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. Перевод с немецкого С. В. Фомина. – М.: Наука, 1976.
10. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Квантовая механика. Нерелятивистская теория. – М.: Наука, 1989.
11. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория поля. – М.: Наука, 1973.
12. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. – М.: Наука, 1982.
13. Прудников А. П., Брычков Ю. А., Маричев О. И. Интегралы и ряды. Элементарные функции. – М.: Наука, 1981.
14. Тейлор Б., Паркер В., Лангенберг Д. Фундаментальные константы и квантовая электродинамика. Перевод с англ. канд-ов физ.-мат. наук В. Д. Бурлакова, В. Г. Кречета и В. Г. Лапчинского. Под редакцией профессора Б. А. Мамырина. – М.: Атомиздат, 1972.
15. Терлецкий Я. П., Рыбаков Ю. П. Электродинамика. – М.: Высшая школа, 1990.
16. Шпольский Э. В. Атомная физика. Том первый. Введение в атомную физику. – М.: Наука, 1984.
17. Шпольский Э. В. Атомная физика. Том второй. Основы квантовой механики и строение электронной оболочки атома. – М.: Наука, 1984.

18. A. G. Kyriakos. The electrodynamics form concurrent to the Dirac electron theory. *Physics Essays*, volume 16, number 3, 2003.
19. A. G. Kyriakos. The massive neutrino-like particle of the non-linear electromagnetic field theory. *Apeiron*, Vol. 12, No 1, January 2005.
20. A. G. Kyriakos. Yang-Mills equation as the equation of the superposition of the non-linear electromagnetic waves. <http://arXiv.org/abs/hep-th/0407074>, 09.07.2004.
21. Александр Г. Кирьяко. Нелинейная Теория квантованного Электромагнитного Поля, эквивалентная Квантовой Теории Поля. <http://www.partphys.envy.nu>.
22. Иванов И. П. Кварковая модель не совсем верна?!
<http://www.astronet.ru/db/msg/1188217>, 25.03.2003г.
23. Копелиович В. Топологические солитонные модели барионов и их предсказания. Scientific.ru.
24. D. Diakonov, V. Petrov and M. Polyakov, *Z. Phys.* A359, 305 (1997).
25. T. H. R. Skyrme, *Nucl. Phys.* 31 (1962), 556.
26. M. Polyakov et al., *Eur. Phys. J.* A9, 115 (2000).
27. LEPS Collaboration: T. Nakano, et al., Evidence for Narrow $S = +1$. Baryon Resonance in Photo-production from Neutron, *Phys. Rev. Lett.* 91 (2003) 012002. Hep-ex/0301020.
28. M. V. Polyakov, A. Rathke, On photoexcitation of baryon antidecuplet, *Eur. Phys. J.* A 18 (2003), 691-695, hep-ph/0303138, 17 March 2003.
29. Д. Дьяконов и В. Петров. Барионы как солитоны. Москва. Элементарные частицы. Энергоатомиздат, 1985 г., том 2, стр. 50.
30. M. Chemtob, *Nucl. Phys.* B256 (1985) 600.
31. M. Praszalowicz, in *Skyrmions and Anomalies*, M. Jezabek and M. Praszalowicz, eds., World Scientific (1987) p. 112.
32. H. Walliser, in *Baryon as Skyrme Soliton*, p. 247, ed. by G. Holzwarth, World Scientific, 1992;
H. Walliser, *Nucl. Phys.* A548 (1992) 649.
33. D. Diakonov, V. Petrov and M. Polyakov, Exotic Anti-Decuplet of Baryons: Prediction from Chiral Solitons, *Z. Phys.* A359 (1997), 305-314, arXiv: hep-ph/9703373.

34. Иванов И. П. Последние дни Стандартной Модели?

<http://www.scientific.ru/journal/news/0702/n140702>, 14.07.2002.

P. S. Дальнейшие исследования на основании полученных результатов предполагают решение следующих задач:

1. Построение физико-математической модели строения фотона и нейтрино.
2. Построение физико-математической модели строения атомных ядер всех химических элементов.

Уверен, что решение этих задач поможет добиться качественного прорыва в таких областях, как ядерная энергетика, нанотехнологии и высокоэнергетические лазеры.